



6.  $a = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ ,  $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{2}{3}$ ,  $c = \log_3 \frac{4}{3}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( )

- A.  $a < b < c$       B.  $c < b < a$       C.  $b < a < c$       D.  $b < c < a$

7. 函数  $y = \sin(2x + \varphi)$  是偶函数, 且在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  是减函数, 则  $\varphi$  的可能取值为 ( )

- A.  $\pi$                   B.  $\frac{\pi}{2}$                   C.  $\frac{3\pi}{2}$                   D.  $2\pi$

8. 已知函数  $y = 3\sin(2x - \frac{2\pi}{3})$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 在区间  $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$  上单调递减      B. 在区间  $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$  上单调递增  
 C. 在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上单调递减      D. 在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上单调递增

9. 已知  $\alpha$  为第三象限角, 且  $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha) \tan(-\alpha + \frac{3\pi}{2}) \tan \alpha}{\sin(\pi + \alpha)}$

若  $f(\alpha) = \frac{1}{2}$ , 且  $\alpha \in [0, \pi]$ , 则  $\alpha$  等于 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                   B.  $\frac{\pi}{3}$                   C.  $\frac{2\pi}{3}$                   D.  $\frac{5\pi}{6}$

10. 函数  $f(x) = -2m \cos(2x - \frac{\pi}{3}) + 2m + n$  的定义域为  $[0, \frac{\pi}{2}]$ , 值域为  $[-5, 1]$ , 则  $m + n =$

( )

- A. -3 或 1                  B. -1 或 3                  C. 3 或 1                  D. -3 或 -1

11. 设函数  $f(x) = \frac{2(x+2)^2 + 3\sin x}{x^2 + 4}$  的最大值为  $M$ , 最小值为  $N$ , 则  $M$  与  $N$  的和是 ( )

- A. 2                          B. 4                          C. 6                          D. 8

12. 已知函数  $f(x) = x^2 - 4x + a(e^{x-2} + e^{-x+2})$  有唯一零点, 则  $f(x) = \sin ax$  的最小正周期是

( )

- A.  $\pi$                           B.  $2\pi$                           C.  $3\pi$                           D.  $4\pi$

## 第 II 卷（非选择题，共 90 分）

二. 填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案填在答题卡上）

13. 函数  $y = \log_a(x-1) + 2(a > 0, a \neq 1)$  的图像必过定点\_\_\_\_\_

14. 已知  $\tan \alpha = 3$ ，则  $\frac{4 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 3 \sin \alpha} =$ \_\_\_\_\_

15. 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) - 2$ ，则  $f(x)$  的对称中心是\_\_\_\_\_

16. 已知  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0 \\ 3^x, & x > 0 \end{cases}$ ，则不等式  $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$  的解集是\_\_\_\_\_

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分）解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤，解答写在答题卷上

17. （本题 10 分）

计算：（1） $(\lg \frac{1}{4} - \lg 25) \div 100^{-\frac{1}{2}} + e^{\ln 3}$ ；（2） $\tan(-315^\circ) + \sin(-480^\circ) + \cos(-330^\circ)$

18. （本题 12 分）

已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid -3 < x \leq 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 5 \text{ 或 } x \leq 1\}$ ,  $C = \{x \mid x \leq -3\}$ ,  $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq a\}$

(1) 求  $A \cap B$ ;

(2) 求  $A \cup C$ ;

(3) 若  $A \cap D = A$ , 求  $a$  的取值范围。

19. （本题 12 分）

已知关于  $x$  的方程  $4x^2 + 2mx + m = 0$  的两根为  $\sin \theta$  和  $\cos \theta$ ,  $\theta \in (0, 2\pi)$

(1) 求  $m$  的值;

(2) 求  $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ ;

(3) 求  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$  的值。

20. （本题 12 分）

已知函数  $f(x) = \sin 2x$ ，先将  $f(x)$  的图像向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位，再将其横坐标保持不变，纵

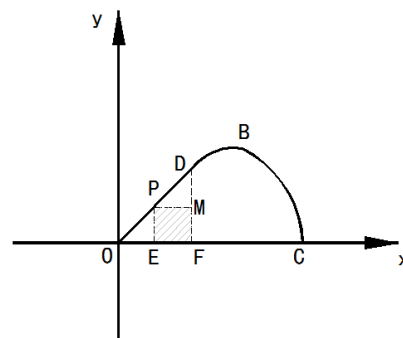
坐标扩大为原来的 2 倍，得到函数  $g(x)$

(1) 求  $g(x)$  的单调递增区间;

(2) 当  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  时, 求  $g(x)$  最值。

21. (本题 12 分)

如图所示：2017 年自贡恐龙博物馆要在园内草坪的一侧修建一条直路 OC；另一侧修建一条休闲大道，它的前一段 OD 是函数  $y=kx(k>0)$  图像的一部分，后一段 DBC 是  $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2})$ ， $x\in[4,8]$  时的图像，图



像的最高点为  $B(5, \frac{8\sqrt{3}}{3})$ ， $DF \perp OC$ ，垂足为 F.

(1) 求函数  $y=A\sin(\omega x+\varphi)$  的解析式；

(2) 若在草坪内修建如图所示的游客体验园 PMFE，问点 P 落在曲线 OD 何处时，游客体验园的面积最大？

22. (本题 14 分)

已知函数  $f(x)=2a\cos^2 x+(a-1)\cos x-1$ ，其中  $a>0$ ，记  $f(x)$  的最大值为 A。

(1) 求 A；

(2) 记  $|f(x)|$  的最大值为 B，求 B；