濮阳市一高高二上学期第三次质量检测

高二数学（理科）试题

命题人：　朱贵甫　　　审题人：　张胜利

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分．考试时间 120 分钟，满分 150 分．

第 I 卷（选择题，共 60 分）

注意事项：

1. 答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号、座号、考试科目涂写在答题卡上．

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．不能答在试题卷上．

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设 a，b，c∈R，且 a>b，则(　　)

A. $ac>bc$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　C. $a^2>b^2$　　D. $a^3>b^3$

2. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和．若 $a_3+a_4=24$,则$S_6=$（　　）

A. 72　　B. 48　　C. 64　　D. 54

3. 抛物线 $y=4x^2$ 的焦点坐标为（　　）

A. $(1,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(0,\frac{1}{16})$　　D. $(\frac{1}{16},0)$

4. 命题“存在 $x\ge 2$，使 $x^2\ge 4$”的否定是（　　）

A. 对任意 $x\ge 2$，都有 $x^2<4$　　B. 对 $x<2$，都有 $x^2\ge 4$

C. 存在 $x\ge 2$，使 $x^2<4$　　D. 存在 $x<2$，使 $x^2\ge 4$

5. 数列$\{a_n\}$是公比为 q 的等比数列，则"$q>1$"是数列$\{a_n\}$为递增数列的（　）

A. 充分不必要条件　　*B.* 必要不充分条件　　*C.* 充要条件　　*D.* 既不充分也不必要条件

6、在 ΔABC 中，$\sin A:\sin B:\sin C=2:3:\sqrt{10}$，则 $\cos C=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

7. 数列$\{a_n\}$中，已知对任意 $n\in N^*$，$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=3^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2$等于(　　)

A. $(3^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{2}(9^n-1)$　　C. 9^n-1　　D. $\frac{1}{4}(3^n-1)$

8. 已知 $x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若 $x+2y>m^2+2m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是(　　).

A. $(-\infty,\ -2]\cup[4,\ +\infty)$　　B. $(-\infty,\ -4]\cup[2,\ +\infty)$　　C. $(-4,2)$　　D. $(-2,4)$

9. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一个焦点与抛物线 $y^2=4\sqrt{10}x$ 的焦点重合，且双曲线的离心率等于$\frac{\sqrt{10}}{3}$，则双曲线的方程为（　）

A. $x^2-\frac{y^2}{9}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}-y^2=1$　　C. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{9}=1$　　D. $x^2-y^2=1$

10. 在ΔABC中，a,b,c分别是$\angle A,\angle B,\angle C$的对边，已知$a,b,c$成等比数列，且 $a^2-c^2=ac-bc$，则$\frac{b}{a\sin B}$的值为（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

11. 若不等式$(-1)^n a<2+\frac{(-1)^{n+1}}{n}$对于任意正整数$n$都成立，则实数$a$的取值范围是（　）

A. $[-2,\frac{3}{2})$　　B. $(-2,\frac{3}{2})$　　C. $[-3,\frac{3}{2})$　　D. $(-3,\frac{3}{2})$

12. 椭圆C的两个焦点分别是F_1,F_2，若C上的点P满足$|PF_1|=\frac{3}{2}|F_1F_2|$，则椭圆$C$的离心率$e$的取值范围是（　　）

A. $\frac{1}{4}<e\le\frac{1}{2}$　　B. $e\ge\frac{1}{4}$　　C. $0<e\le\frac{1}{4}$或$\frac{1}{2}\le e<1$　　D. $\frac{1}{4}\le e\le\frac{1}{2}$

第II卷（非选择题，共90分）

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为2，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{3}$，则$C$的焦距等于________

14. 变量x，y满足$\begin{cases}x-4y+3\le 0\\3x+5y-25\le 0\\x\ge 1\end{cases}$，则z＝x²＋y²＋6x－4y＋13取值范围为_______.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+2^2a_3+\cdots+2^{n-1}a_n=\frac{n}{2}$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为__________

16. 已知F_1,F_2是椭圆和双曲线的公共焦点，P是他们的一个公共点，且$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为________.

三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

设命题p：实数x满足$(x+a)(x-3a)<0$，其中$a>0$，命题q：实数x满足$x^2-5x+4\le 0$.

（1）若$a=1$，且$p\wedge q$为真，求实数x的取值范围；

（2）若$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件，求实数a的取值范围.

18.（本小题满分12分）在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知$\frac{2a+b}{c}=\frac{\cos(A+C)}{\cos C}$

(1)求角C的大小；

(1)若c=2，求使ΔABC面积最大时，a,b的值.

19.（本小题满分12分）已知$f(x)=2x^2+bx+c$，不等式$f(x)<0$的解集是$(0,5)$.

（Ⅰ）求$f(x)$的解析式；

（Ⅱ）若对任意$x\in[-1,1]$，不等式$f(x)+t\le 2$恒成立，求t的取值范围.

20.（本小题满分12分）已知点F是抛物线C：$y^2=2px(p>0)$的焦点，若点M$(x_0,1)$在C上，且$|MF|=\frac{5x_0}{4}$.

（1）求抛物线C的标准方程；

（2）若直线l经过点Q（3，－1）且与C交于A，B（异于M）两点，证明：直线AM与直线BM的斜率之积为常数.

21.（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1,a_{n+1}=2S_n+1,n\in N^*$，等差数列$\{b_n\}$中，$b_2=5$，且公差$d=2$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）是否存在正整数n，使得$a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n>60n$?．若存在，求出n的最小值；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分12分）

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，且过点（1，$\frac{\sqrt{6}}{3}$）.

（1）求椭圆C的方程；

（2）设与圆O：$x^2+y^2=\frac{3}{4}$相切的直线l交椭圆C于A，B两点，求△OAB面积的最大值，及取得最大值时直线l的方程.

濮阳市一高高二上学期第三次质量检测

高二数学（理科）试题答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	A	D	B	B	C	B	C	A	D

13. 4　14. [16, 64]　15. $a_n=\frac{1}{2^n}$　16. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

17.

（1）当 p 为真命题时，由 $(x+a)(x-3a)<0$， $a>0$，得 $-a<x<3a$，当 $a=1$ 得 $-1<x<3$，

当 q 为真命题时，由 $x^2-5x+4\le 0$，得 $1\le x\le 4$，　…………………………3 分

　…………5 分

$\because p\wedge q$ 为真，$\therefore p$ 真 q 真，$\therefore 1\le x<3$，所以实数 x 的取值范围为 $\{x|1\le x<3\}$.

（2）$\because \neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，$\therefore q$ 是 p 的充分不必要条件，　…………7 分

$\therefore \{x|1\le x\le 4\}\subsetneqq\{x|-a<x<3a\}$，$\therefore\begin{cases}-a<1\\ 4<3a\end{cases}$，$\therefore a>\frac{4}{3}$　…………………………9 分

所以实数 a 的取值范围为 $\left\{a|a>\frac{4}{3}\right\}$.　…………………………10 分

18.

【解析】(1) $\because \cos(A+C)=\cos(\pi-B)=-\cos B$

由题意及正弦定理 $\therefore \frac{2\sin A+\sin B}{\sin C}=\frac{-\cos B}{\cos C}$　…………………………2 分

即　$2\sin A\cos C=-(\sin B\cos C+\cos B\sin C)=-\sin(B+C)=-\sin A$

$\because A\in(0,\pi)$　$\therefore \sin A>0$ 从而 $\because \cos C=-\frac{1}{2}$　…………………………4 分

又 $\because C\in(0,\pi)$　$\therefore C=\frac{2\pi}{3}$　…………………………5 分

(2)　由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$\therefore 4=a^2+b^2-2ab\cdot(-\frac{1}{2})$ 即 $4=a^2+b^2+ab$　…………7 分

$\therefore 4=a^2+b^2+ab\ge 2ab+ab=3ab$

$\therefore ab\le\frac{4}{3}$ （当且仅当 $a=b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时成立）　…………9 分

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab$　…………10 分

故当 $a=b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时，ΔABC 的面积最大为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.　…………12 分

19. 解：（Ⅰ）$f(x)=2x^2+bx+c$，不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(0,5)$，

所以 $2x^2+bx+c<0$ 的解集是 $(0,5)$，

所以 0 和 5 是方程 $2x^2+bx+c=0$ 的两个根，…………………………………………3 分

由韦达定理知，$-\frac{b}{2}=5,\frac{c}{2}=0,\therefore b=-10,c=0,$

$f(x)=2x^2-10x$.　……………………………………………………6 分

（Ⅱ）$f(x)+t\le 2$ 恒成立等价于 $2x^2-10x+t-2\le 0$ 恒成立，

设 $g(x)=2x^2-10x+t-2$，则 $g(x)$ 的最大值小于或等于 0　…………8 分

则由二次函数的图象可知 $g(x)=2x^2-10x+t-2$ 在区间 $[-1,1]$ 为减函数，所以 $g(x)_{\max}=g(-1)=10+t$，所以 $t\le -10$.　…………………………11 分

所以，t 的取值范围是 $(-\infty,-10]$　…………………………12 分

20. 解：（1）由抛物线定义知 $|MF|=x_0+\frac{p}{2}$，则 $x_0+\frac{p}{2}=\frac{5x_0}{4}$，解得 $x_0=2p$，…………2 分

又点 M（x_0，1）在 C 上，代入 $y^2=2px$，整理得 $2px_0=1$，解得 $x_0=1$，$p=\frac{1}{2}$，

∴抛物线的标准方程为 $y^2=x$　…………4 分

（2）证明：当直线 l 垂直于 x 轴时，此时 A（3，$\sqrt{3}$），B（3，$-\sqrt{3}$），

则 $k_{AM}\cdot k_{BM}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}\times\frac{-\sqrt{3}-1}{2}=-\frac{1}{2}$. ……………6 分

当直线 l 不垂直于 x 轴时，设直直线 l 的方程为 $y+1=k(x-3)$

联立方程 $\begin{cases}y+1=k(x-3)\\y^2=x\end{cases}$，消 x 得，$ky^2-y-3k-1=0$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

$\therefore y_1+y_2=\frac{1}{k}$，$y_1\cdot y_2=-\frac{3k+1}{k}=-3-\frac{1}{k}$， ……………8 分

则直线 AM 的斜率 $k_{AM}=\frac{y_1-1}{x_1-1}=\frac{y_1-1}{y_1^2-1}=\frac{1}{y_1+1}$，同理直线 BM 的斜率 $k_{BM}=\frac{1}{y_2+1}$，

$k_{AM}\cdot k_{BM}=\frac{1}{y_1+1}\cdot\frac{1}{y_2+1}=\frac{1}{y_1y_2+y_1+y_2+1}$，，

故 $k_{AM}\cdot k_{BM}=\frac{1}{y_1y_2+y_1+y_2+1}=\frac{1}{-3-\frac{1}{k}+\frac{1}{k}+1}=-\frac{1}{2}$， ……………11 分

综上，直线 AM 与直线 BM 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$. ……………12 分

21．解：（Ⅰ）$\because a_{n+1}=2S_n+1$，

$\therefore$ 当 $n\ge2$ 时，$a_n=2S_{n-1}+1$，两式相减得：$a_{n+1}=3a_n(n\ge2)$，

又 $a_2=2a_1+1=3=3a_1$，$\therefore a_{n+1}=3a_n\left(n\in N^*\right)$，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以1为首项，3为公比的等比数列，

$\therefore a_n=3^{n-1}$； ………………4 分

又 $b_1=b_2-d=5-2=3$，$\therefore b_n=b_1+(n-1)d=2n+1$. ………………6 分

（Ⅱ）$a_n\cdot b_n=(2n+1)\cdot3^{n-1}$，

令 $T_n=3\times1+5\times3+7\times3^2+\ldots+(2n-1)\times3^{n-2}+(2n+1)\times3^{n-1}\ldots$ ①

则 $3T_n=3\times3+5\times3^2+7\times3^3+\ldots+(2n-1)\times3^{n-1}+(2n+1)\times3^n\ldots$ ②

①-②得：$-2T_n=3\times1+2\left(3+3^2+\ldots+3^{n-1}\right)-(2n+1)\times3^n$，

$\therefore T_n=n\times3^n$ ……………10 分

$\therefore T_n=n\times3^n>60n$，即 $3^n>60$，

$\because 3^3=27, 3^4=81$，$\therefore n$ 的最小正整数为 4. ……………………12 分

22．解：（1）由 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 可得 $a^2=3b^2$，则方程可化为 $\frac{1}{a^2}+\frac{2}{3b^2}=1$，…………2 分

将点 $(1,\frac{\sqrt{6}}{3})$ 代入椭圆方程，解得 $a=\sqrt{3}$，$b=1$，即椭圆的方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$；…4 分

（2）①当 k 不存在时，$x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，可得 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$，$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$；…6 分

②当 k 存在时，设直线为 $y=kx+m$ $(k\neq0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

将直线 $y=kx+m$ 代入椭圆方程可得 $(1+3k^2)x^2+6kmx+3m^2-3=0$，

$x_1+x_2=-\frac{6km}{1+3k^2}$，$x_1x_2=\frac{3m^2-3}{1+3k^2}$， …………8 分

由直线 l 与圆 O：$x^2+y^2=\frac{3}{4}$ 相切，可得 $\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即有 $4m^2=3(1+k^2)$， …………9 分

$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(\frac{-6km}{1+3k^2})^2-\frac{12(m^2-1)}{1+3k^2}}$

$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{1+10k^2+9k^4}{1+6k^2+9k^4}}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{1+\frac{4k^2}{1+6k^2+9k^4}}$

$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{1+\frac{4}{9k^2+\frac{1}{k^2}+6}}\leqslant\sqrt{3}\cdot\sqrt{1+\frac{4}{2\sqrt{9}+6}}=2$，

当且仅当 $9k^2=\frac{1}{k^2}$ 即 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时等号成立，

可得 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot r\leqslant\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$， …………11 分

即有△OAB 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，此时直线方程 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x\pm1$. ………12 分