重庆南开中学高 2017 届高三年级

10 月月考测试卷　文科数学

理科数学测试卷共 4 页。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1．本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号框。写在本试卷上无效。

3．回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题：本大题 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个备选项中．只有一项是符合题目要求的。

（1）设 $f\left(x\right)=x^3+x$，则 $f'(1)=$

(A) 4　　(B) 2　　(C)0　　(D) -2

（2）已知 $A=\{x\left|y=\sqrt{x-1}\right.\}$，$B=\{x\left|y=\sqrt{x-1},y\in A\right.\}$，则 $A\cap B=$

(A) $[1,+\infty)$　　(B) $[1,2]$　　(C) $[2,+\infty)$　　(D) $(-\infty,2]$

（3）命题“对 $\forall x\in R$，都有 $f(x)\geq g(x)$”的否定为

(A)对 $\forall x\in R$，都有 $f(x)<g(x)$

(B) $f(x)$ 在 R 上的最小值小于 $g(x)$ 在 R 上的最大值

(C) $\exists x_0\in R$ 使得 $f(x_0)\geq g(x_0)$

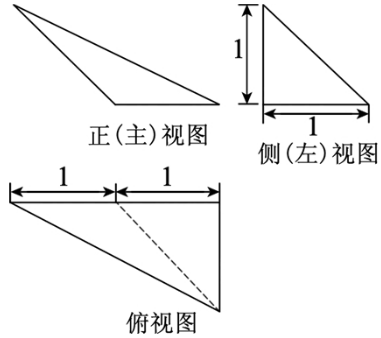
(D) $\exists x_0\in R$ 使得 $f(x_0)<g(x_0)$

（4）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x>0\\ 2+f(x+2), & x\leq 0\end{cases}$，则 $f(-3)=$

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

（5）已知函数 $f(x)=g(x)+2x$ 且曲线 $y=g\left(x\right)$ 在 $x=1$ 处的切线为 $y=2x+1$，则曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8



（6）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为

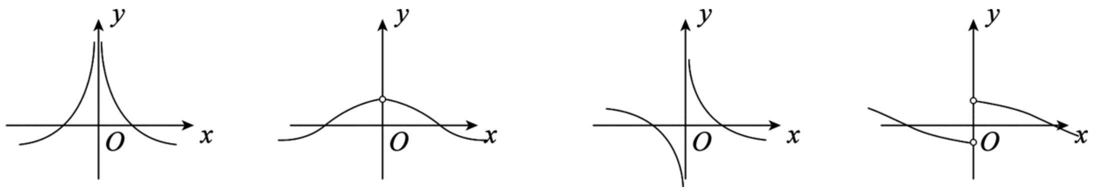
(A) $\frac{1}{6}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 1

（7）已知函数 $f(x)$ 对任意 $x \in R$ 满足 $f(x)=f(x)(2\pi-x)$，且当 $x\in(0,\pi)$ 时，$f(x)=e^x+x$，设

$a=f(2)$，
$b=f(4)$，$c=f(6)$，则

(A) $a<b<c$　　(B) $b<c<a$　　(C) $c<b<a$　　(D) $c<a<b$

（8）函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ 的部分图象大致为



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

（9）已知函数 $f(x)=\ln\dfrac{1-x}{x}$ 若 $f(a)+f(b)=0(a<b)$，则 a^2+b^2 的取值范围是

(A) $(\frac{1}{2},1)$　　(B) $[\frac{1}{2},1)$　　(C) $(\frac{1}{2},1]$　　(D) $[\frac{1}{2},1]$

（10）已知 $\log_2 3=a$，$\log_3 5=b$，则 $\lg 6=$

(A) $\dfrac{1}{1+ab}$　　(B) $\dfrac{a}{1+ab}$　　(C) $\dfrac{b}{1+ab}$　　(D) $\dfrac{a+1}{1+ab}$

（11）已知函数 $f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{4}{x}, & x>0 \\ \log_2(x+2)+5, & x\le 0 \end{cases}$，则关于 x 的方程 $f(x^2+x)=a(a>4)$ 的解个数不可能为

(A) 3　　(B) 4　　(C) 5　　(D) 6

（12）设函数 $h_m(x)=4mx-2m^{\frac{3}{2}}$，若有且仅有一个正实数 x_0，使得 $h_{16}(x_0)\ge h_m(x_0)$ 对任意的正实数 m 都成立，则 $x_0=$

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) 2　　(D)3

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做。第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求做答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

（13）若 $a<x<a+2$ 是 $x>3$ 的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围为________________

（14）设实数 x,y 满足 $\begin{cases} x+y-2\ge 0 \\ 2x-2y-3\le 0 \\ y-1\le 0 \end{cases}$，则 $m=\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}$ 的取值范围是________________

（15）已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各顶点都在球 O 的球面上，且 $AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{2}$，若球 O 的体积为 $\dfrac{32}{3}\pi$，则这个直三棱柱的体积等于________________

（16）若过点 $P(a,b)(a>0,b>0,b\neq a^3-3a^2)$ 可作曲线 $f(x)=x^3-3x^2$ 的切线恰有两条，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为____________________

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=x^2+1-\ln x$

（I）求 $f(x)$ 的单调区间；

（II）求函数 $g(x)=f(x)-x$ 在区间 $[\frac{1}{2},2]$ 上的最小值。

（18）（本小题满分 12 分）

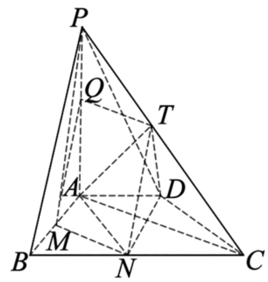
已知函数 $f(x)=x^2-x+b$ ， $f(\log_2 a)=b$ ， $\log_2 f(a)=2$ ，其中 $a\neq b$ ， $b\in R$

（I）求 $a+b$

（II）若 $f(\log_2 x)>f(1)$ 且 $\log_2 f(x)<f(1)$ ，求 x 的取值范围.

（19）（本小题满分 12 分）

如图在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是等腰梯形，且 $PA\perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB=AD=CD=1$ ， $\angle BAD=120°$ ， $PA=\sqrt{3}$ 平行四边形 T,Q,M,N 的四个顶点分别在棱 PC、PA、AB　BC 的中点.



（I）求证：四边形 $TQMN$ 是矩形；

（II）求四棱锥 $C-TQMN$ 的体积

（20）（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C 的中心在原点，以坐标轴为对称轴，且经过两点 $A(2,0)$ ， $B(1,0)$.

（I）求椭圆 C 的方程;

（II）设椭圆 C 在 A、B 两点的切线分别为 l_1 、 l_2 ，P 为椭圆 C 上任意一点，点 P 到直线 l_1 、 l_2 的距离分别为 d_1 、 d_2 ，证明：存在直线 $l: y=-\frac{1}{2}x+m$ ，使得点 P 到 l 的距离 d（其中 $d\neq 0$ ）满足 $\frac{d_1d_2}{d^2}$ 恒为定值，并求出这一定值.

（21）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=-a\ln x+\frac{1}{2}ax^2+(1-a)x+\frac{1}{2}a-1(a\neq 0)$

（I）若 $a=1$，讨论函数 $f(x)$ 的单调性并求极值；

（II）若 $f(x)>0$ 在 $x\in(0,1)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

请从下面所给的 22、23 三题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑，按所涂题号进行评分；不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$、直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+3t\\ y=-1-2t\end{cases}$（$t$ 为参数）设直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，点 P 的直角坐际为 $(3,-1)$.

（I）求直线 l 与圆 C 的直角坐标方程；

（II）求 $|PA|\cdot|PB|$ 的值

（23）（本小题满分 10 分）选修 4-5 不等式选讲

设 $f(x)=-x^2+2x+1$，$g(x)=|x+1|-|x-2|$.

（I）若 $f(x)$ 的最大值为 m，解关于 x 的不等式 $g(x)\geq m$；

（II）若存在实数 y 使关于 x 的方程 $g(x)=f(y)$ 有解，求实数 y 的取值范围.

重庆南开中学高 2017 级高三年级

10 月月考测试卷　文科数学答案

一、选择题　1-6. ACDCBA　　7-12. DBADAD

二、填空题　13. $[3,+\infty)$　　14. $[0,\frac{48}{7}]$　　15. $4\sqrt{2}$　　16. $4+2\sqrt{3}$

三、解答题

17. 解：（Ⅰ）定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=2x-\frac{1}{x}$，由 $f'(x)>0$ 得 $x>\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$，单调递增区间为 $(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$；

（Ⅱ）$g'(x)=2x-\frac{1}{x}-1=\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$，由 $g'(x)>0$ 得 $x>1$，

$\therefore g(x)$ 在 $(\frac{1}{2},1)$ 上单调递减，在 $(1,2)$ 上单调递增，$\therefore g(x)$ 的最小值为 $g(1)=1$.

18. 解：（Ⅰ）由题得 $(\log_2 a)^2-\log_2 a+b=b$，得 $\log_2 a=0$ 或 1，$\therefore a=1$（舍去）或 2；

$\because \log_2 f(a)=2 \therefore f(a)=4$，即 $f(2)=b+2=4$，$\therefore b=2$，$a+b=4$；

（Ⅱ）$f(1)=2$，$\therefore \begin{cases} f(\log_2 x)>f(1) \\ \log_2 f(x)<f(1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\log_2 x)^2-\log_2 x+2>2 \\ 0<f(x)<4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x>1 \text{或} \log_2 x<0 \\ 0<x^2-x+2<4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x>2 \text{或} 0<x<1 \\ -1<x<2 \end{cases} \Rightarrow 0<x<1$，$\therefore x$ 的取值范围是 $(0,1)$.

19. 解：（Ⅰ）MN 平行且相等于 $\frac{1}{2}AC$，TQ 也平行且相等于 $\frac{1}{2}AC$，$\therefore TQMN$ 为平行四边形

又 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB=AD=CD=1$，$\angle BAD=\angle ADC=120^\circ$ $\therefore \angle ABC=\angle DCB=60^o$，

作 $AE\perp BC$，$DF\perp BC$，则 $AE=DF=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$BE=CF=\frac{1}{2}$，$EF=AD=1$，

所以 $BC=BE+EF+FC=2$，$BN=NC=1$，ΔABN 为正三角形，又 $\because M$ 为 AB 中点，$\therefore NM\perp AB$

$\because PA\perp$ 平面 $ABCD$，所以 MQ 在面 $ABCD$ 的投影为 MA，$\therefore QM\perp MN$

$\therefore$ 平行四边形 $TQMN$ 是矩形；

（Ⅱ）$V_{C-TQMN}=2V_{C-QMN}=2V_{Q-MNC}=2\times\frac{1}{3}\times QA\times S_{\Delta MNC}=2\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{8}$

20.解：（Ⅰ）椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，$e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

（Ⅱ）$l_1:x=2$，$l_2:y=1$

设$P(x_0,y_0)$，$\dfrac{{x_0}^2}{4}+{y_0}^2=1$，则$d_1=2-x_0$，$d_2=1-y_0$，$d=\dfrac{|\frac{1}{2}x_0+y_0-m|}{\sqrt{\frac{5}{4}}}$，

$$\frac{d_1d_2}{d^2}=\frac{5}{4}\frac{(2-x_0)(1-y_0)}{(\frac{1}{2}x_0+y_0-m)^2}=\frac{5}{4}\frac{x_0y_0-x_0-2y_0+2}{\frac{{x_0}^2}{4}+{y_0}^2+m^2+x_0y_0-mx_0-2my_0}=\frac{5}{4}\frac{x_0y_0-x_0-2y_0+2}{x_0y_0-mx_0-2my_0+1+m^2}$$

$\therefore$当$\dfrac{1}{1}=\dfrac{-1}{-m}=\dfrac{-2}{-2m}=\dfrac{2}{1+m^2}$，即$m=1$时，$\dfrac{d_1d_2}{d^2}$为定值$\dfrac{5}{4}$

此时直线$l:y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

当然本题也可采用先猜后证的思想，根据题意猜出直线l为直线AB，再进行证明.

21.解：（Ⅰ）若$a=1$，$f(x)=-\ln x+\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}$，$x>0$，$f'(x)=-\dfrac{1}{x}+x=\dfrac{x^2-1}{x}$，

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增

$f(x)$极小值为$f(1)=0$

（Ⅱ）$\because$函数$f(x)=-a\ln x+\dfrac{1}{2}ax^2+(1-a)x+\dfrac{1}{2}a-1\ (a\neq 0)$，$x>0$，

$\therefore f'(x)=-\dfrac{a}{x}+ax+1-a=\dfrac{ax^2+(1-a)x-a}{x}$，

$f'(x)=0\Leftrightarrow ax^2+(1-a)x-a=0$ ，方程$\Delta=(1-a)^2+4a^2>0$，且两根之积为$-1<0$

所以$f'(x)=0$有一正一负两个不同实根。注意到$f(1)=0$，令$g(x)=ax^2+(1-a)x-a$

①$a>0$时，$g(x)$图像开口向上，$g(1)=1-a$

若$1-a\leq 0$，即$a\geq 1$时，$g(x)<0,x\in(0,1)$

所以$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，$f(x)>f(1)=0$，成立。

若$1-a>0$，即$0<a<1$时，则$\frac{a-1+\sqrt{5a^2-2a+1}}{2a}<1$，

则$x\in(\frac{a-1+\sqrt{5a^2-2a+1}}{2a},1)$，$g(x)>0,$所以$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，$f(x)<f(1)=0$，不成立。

②a<0 时，

，$g(x)$图像开口向下，$g(1)=1-a>0$，所以$g(x)>0, x\in(0,1)$

所以$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，$f(x)<f(1)=0$，不成立。

综上所述：$a\in[1,+\infty)$

22. 解：（Ⅰ）由题圆$C:\rho^2=2\rho\cos\theta$，即$x^2+y^2=2x$，$(x-1)^2+y^2=1$，

$l:\begin{cases}x=3+3t,\\y=-1-2t,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x=6+6t,\\3y=-3-6t,\end{cases}$消去参数$t$得$l:2x+3y-3=0$；

（Ⅱ）记圆心$C(1,0)$，半径$r=1$，过C作$CM\perp l$于点M，

$\therefore M$为AB中点，设$AM=BM=\frac{1}{2}AB=m$，

$\therefore PA\cdot PB=(PM-m)\cdot(PM+m)=PM^2-m^2=CP^2-CM^2-m^2=CP^2-r^2=5-1=4$.

23. 解：（Ⅰ）由$f(x)=-x^2+2x+1=-(x-1)+2$，$\therefore$最大值为$m=2$，

即解不等式$|x+1|-|x-2|\geqslant 2$，所以不等式的解集为$\left\{x\middle|x\geqslant\frac{3}{2}\right\}$；

（Ⅱ）$\because g(x)=|x+1|-|x-2|\in[-3,3]$，若存在实数$y$使关于$x$的方程$g(x)=f(y)$有解，
则必须满足$f(y)\geqslant -3$，即$-y^2+2y+1\geqslant -3$，$\therefore y$的取值范围是$[1-\sqrt{5},1+\sqrt{5}]$.